Soit $I_0 = \int_0^1 e^{-x}\,dx$ et pour tout $n \in IN$; $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x}\,dx$.

1) a) Calculer I_0.
   b) A l'aide d'une intégration par parties , calculer I_1 .
2) a)Montrer à l'aide d'une intégration par parties, que : pour tout $n \in IN$;
   $I_{n+1} = -e^{-1} + (n+1)I_n$.
   b) En déduire que $I_2 = 2 - 5e^{-1}$.
3) a) Montrer que pour tout $x \in [0,1]$; $0 \leq x^n e^{-x} \leq x^n$.
   b) En déduire que pour tout $n \in IN$; $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$.
   c)Déterminer alors $\lim_{n \to +\infty} I_n$.

© najah.com®